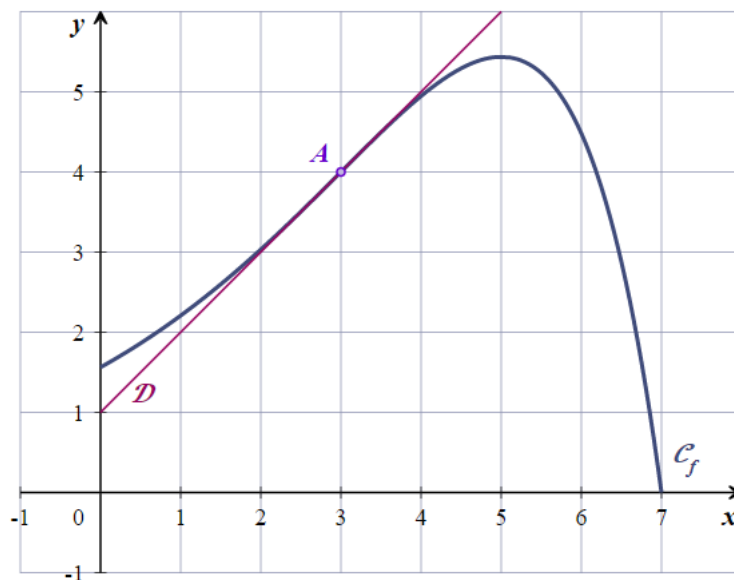


Problème 1. (60 pts)

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0; 7]$ par $f(x) = (ax + b)e^{0,5x-1,5}$, où a et b sont deux nombres réels. On admet que la fonction f est deux fois dérivable. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.

La courbe représentative C_f de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.

La droite \mathcal{D} est tangente à la courbe C_f au point A .



1. Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(3)$ et $f'(3)$.
 2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 7]$, on a $f'(x) = (0,5ax + a + 0,5b)e^{0,5x-1,5}$.
 3. (a) Déduire des deux questions précédentes, en résolvant un système, que $a = -1$ et $b = 7$.
(b) Donner les expressions de $f(x)$ et de $f'(x)$.
 4. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$.
(b) En déduire le tableau des variations de la fonction f sur ce même intervalle.
 5. Montrer que dans l'intervalle $[5; 7]$, l'équation $f(x) = 4$ admet une deuxième solution α .
 6. Définitions (convexité d'une fonction).
 - On dit qu'une fonction f est convexe sur un intervalle I si $f''(x) \geq 0 \forall x \in I$.
 - On dit qu'une fonction f est concave sur un intervalle I si $f''(x) \leq 0 \forall x \in I$.
- (a) Montrer que $f''(x) = \frac{(3-x)e^{\frac{x}{2}}}{4}$.
- (b) Etudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$.

مباراة الدخول للعام الجامعي 2021-2022

مدة الامتحان: ساعة ونصف

مسابقة في الثقافة المتخصصة / اختصاص علم البيانات

Problème 2. (20 pts)

1. Après avoir déterminé le domaine de définition, résoudre l'équation

$$\ln(2x + 1) - \ln(x + 3) = 1.$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x} + e^x} = -2$$

Problème 3. (20 pts)

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres, sachant que la répétition des chiffres est autorisée.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. Combien de codes différents peut-on former ?
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ?
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
4. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts (sans répétition) ?