

Problème I. (25 points)

L'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise pour la période 2001 -2010 est donnée dans le tableau ci-dessous :

Année	2001	2003	2006	2008	2010
Rang de l'année x_i	1	3	6	8	10
Chiffre d'affaires exprimé en billions de dollars y_i	64.8	68.7	72.7	77.1	82.1

1. Calculer les moyennes \bar{x} et \bar{y} .
2. Représenter, dans un repère orthonormé, le nuage des points associés à cette série ainsi que le point moyen G.
3. Déterminer par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression ($D_{X/Y}$) de Y sur X puis tracer la droite dans le même repère.
4. Estimer le chiffre d'affaires de l'année 2012.
5. A partir de quelle année le chiffre d'affaires de cette entreprise dépasse les 100 milliards de dollars.
6. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires de 2006 à 2010.

Problème II. (Les questions dans ce problème sont indépendants) (30 points)

1. Quelle est la valeur la plus simple de $A = 2 \ln(6) - 3 \ln(10) + \ln(125) + 2 \ln(2.5)$?
2. Quel est le domaine de définition de la fonction $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{5-x^2-4x}$?
3. Quelle est la solution de l'équation $\ln(3-2x) - \ln(x) = 2 + \ln(3)$?
4. Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = xe^{2x} + \frac{\ln(x+1)}{3x-5}$?
5. Quelle est la limite de la fonction $f(x) = \frac{3+2\ln(x)}{1+\ln(x)}$ sur $+\infty$?

Problème III. (45 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{9}{4+e^x}$ et on note par (C) sa courbe représentative sur le repère orthonormé d'origine O .

- 1) Trouver le domaine de définition de $f(x)$ et déduire les asymptotes de (C) .
- 2) Vérifier que $f(x)$ est décroissante et trouver son tableau de variation.
- 3) Déterminer les coordonnées de point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
- 4) Utiliser les informations dans a) b) and c) pour tracer la courbe de $f(x)$.
- 5) Définitions (convexité d'une fonction)

• On dit qu'une fonction f est convexe sur un intervalle I si $f''(x) \geq 0 \forall x \in I$.

• On dit qu'une fonction f est concave sur un intervalle I si $f''(x) \leq 0 \forall x \in I$.

a) Démontrer que $f'''(x) = \frac{9(e^x-4)e^x}{(e^x+4)^3}$.

b) Etudier la convexité de la fonction $f(x)$.